

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ТГПУ)**

 Утверждаю
А.Н. Макаренко
декан Физико-математического факультета
« 31 » 08 2010 года

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЕН.Р.01 Введение в математику

Направление: **050200.62 Физико-математическое образование**

Профессионально-образовательный профиль: **Математика**

Степень (квалификация) выпускника – **бакалавр физико-математического образования (математика)**

1. Цели и задачи дисциплины

1.1. Цель курса:

- Формирование представления о месте и роли математики в образовании и науке;
- Развитие логического мышления и способности оперировать абстрактными объектами, овладение техникой математических рассуждений и доказательств;
- Формирование первичных навыков научного исследования и самостоятельной работы.

1.2. Задачи:

- Изучение основных алгебраических структур: групп, колец, полей, их виды и простейшие свойства;
- Изучение элементов теории матриц и определителей;
- Изучение комплексных чисел и действия над ними.

1.3. Перечень дисциплин, усвоение которых необходимо для изучения данного курса.

Данный курс базируется на знаниях и методах, изучаемых в средней школе.

2. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В результате изучения курса «Введение в математику» студент должен овладеть элементами математической культуры, соответствующей уровню подготовки современного учителя, в том числе приобрести следующие возможности:

- знания основных понятий теории групп, колец, полей и умение использовать их как при изучении дальнейшего теоретического материала, так и при решении задач;
- знание элементов теории матриц и определителей как базовый материал многих математических дисциплин;
- знание различных форм записи комплексных чисел и умение выполнять все действия над ними.

3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр
		1
Общая трудоемкость дисциплины	100	100
Аудиторные занятия	54	54
Лекции	36	36
Практические занятия (ПЗ)	18	18
Семинары (С)		
Лабораторные работы (ЛР)		
И (или) другие виды занятий		
Самостоятельная работа	46	46
Курсовой проект (работа)		
Расчетно-графические работы		
Реферат		
И (или) другие виды самостоятельной работы		
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)		зачёт

4. Содержание дисциплины

4.1. Разделы дисциплины и виды занятий (Тематический план)

№ п/п	Раздел дисциплины	Всего	Лекции	Практические занятия	Самостоятель ная работа
I семестр					
1	Основные алгебраические структуры	24	12	2	10
2	Матрицы и определители	52	16	12	24
3	Комплексные числа	24	8	4	12
ИТОГО		100	36	18	46

4.2. Содержание разделов дисциплины

Основные алгебраические структуры.

Бинарные алгебраические операции, их записи, свойства, примеры. Нейтральные и симметрические элементы. Полугруппы и их примеры. Два определения группы и доказательство их равносильности. Примеры групп. Подгруппа, ее признак, примеры. Кольцо, виды колец, их примеры. Простейшие свойства кольца. Делители нуля. Подкольцо, его признак, примеры.

Два определения поля и доказательство их равносильности. Примеры полей. Простейшие свойства поля. Подполе, его признак, примеры.

Определение линейного пространства, его свойства, примеры. Линейная зависимость и независимость систем векторов, их признаки.

Матрицы и определители.

Понятие матрицы, виды матриц. Сложение матриц, умножение матрицы на число. Произведение матриц. Транспонирование матриц. Свойства операций над матрицами. Значения многочленов в алгебре матриц.

Перестановки и подстановки, их четности. Операции над подстановками. Определители 2-го и 3-го порядков и правила их вычисления. Член определителя n -го порядка и его знак. Определение и свойства определителя n -го порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Приемы вычисления определителей. Теоремы замещения и аннулирования. Обратная матрица, признак ее существования и способы вычисления. Решение матричных уравнений. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.

Комплексные числа.

Изоморфизм полей. Расширение полей. Аксиоматическое определение поля комплексных чисел, признак поля комплексных чисел. Алгебраическая форма записи комплексных чисел и операции над комплексными числами, записанными в алгебраической форме. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел и операции над комплексными числами, записанными в тригонометрической форме. Формулы Муавра и их применение. Извлечение корней n -степени из комплексных чисел. Группа корней n -степени из единицы. Первообразные корни. Построение моделей поля комплексных чисел.

5. Лабораторный практикум

Не предусмотрен.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

6.1. Основная литература по дисциплине:

1. Высшая математика. Стандартные задачи с основами теории : учебное пособие / [В. Ю. Вдовин, Л. В. Михалева, В. М. Мухина и др.]. – СПб. : Лань, 2008. – 185 с.
2. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. – Изд. 11-е, испр. – М.: Физматлит, 2007. – 159 с.
3. Судоплатов С. В. Дискретная математика / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. – изд. 2-е, перераб. – М.: ИНФРА-М, 2009. – 255 с.

6.2. Дополнительная литература:

1. Ильин В.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учебник для вузов / В. А. Ильин, Г. Д. Ким. – 2-е изд. – М.: Издательство МГУ, 2002. – 319 с.
2. Ким Г. Д. Алгебра и аналитическая геометрия: Теоремы и задачи: Учебное пособие / Г. Д. Ким, Л. В. Крицков; Под ред. В. А. Ильина. - М.: Зерцало. Т. 1. – 2003. – 430 с.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры :учебное пособие для вузов / А. Г. Курош. – Изд. 17-е, стереотип. –СПб. [и др.]: Лань, 2008. – 431 с.
4. Ларин, Сергей Васильевич. Числовые системы /С. В. Ларин. – М. : Академия, 2001. – 157 с.
5. Судоплатов С.В. Элементы дискретной математики / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. – М.: ИНФРА – М, 2007. – 279 с.
6. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре: Учебное пособие для вузов / Д. К. Фаддеев. – 2-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2002. – 415 с.

6.3. Средства обеспечения освоения дисциплины

Рекомендуемая литература и учебно-методические пособия по предмету, разработанные сотрудниками кафедры.

7. Материально – техническое обеспечение дисциплины

Не предусмотрено.

8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

8.1. Методические рекомендации преподавателю

Данный курс реализуется посредством чтения лекций, проведения практических занятий и консультаций. С целью выработки у студентов навыков самостоятельной работы с литературой, некоторые вопросы излагаются в обзорном порядке. Предполагается, что отдельные выводы и доказательства будут проведены самостоятельно, с последующим отчетом на консультации.

8.2. Методические рекомендации для студентов

Студентам рекомендуется после лекции самостоятельно прорабатывать полученный материал, отмечая непонятные места. С вопросами нужно обращаться к преподавателю на консультации или следующей лекции. После каждого практического занятия студенты получают домашнее задание, обязательное для выполнения. Выполнение домашних и самостоятельных работ влияет на оценку на экзамене.

Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы

1. Доказать, что в конечной мультипликативной группе G выполняется условие $(\forall a \in G)(\exists n \in \mathbb{N}) a^n = e$, где e - единица группы G .

2. Доказать, что если в кольце K выполняется условие $(\forall a \in K)a^2 = a$, то K - коммутативное кольцо.

3. Доказать, что поле рациональных чисел $\mathbb{Q}$ является минимальным числовым полем.

4. Вычислить $A+B$, $A-B$, $A*B$, $B*A$, $f(x)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}, f(x) = 2x^2 - 3x - 1$$

5. Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 5 & 7 \\ 3 & 5 & 1 & -1 \\ -1 & -3 & 2 & 4 \\ 7 & 9 & 7 & 1 \end{vmatrix}$ путем разложения его по элементам 3-

ей строки, 2-го столбца и путем понижения порядка.

6. Записать три члена определителя Δ из задания 13, входящих в него со знаком плюс и два - со знаком минус.

7. Решить матричное уравнение $A*X*B=C$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 4 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

8. По формулам Крамера решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = -1 \\ 3x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 5x_4 = -1 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}.$$

9. Решить уравнение $(2-i) \cdot x + (5+6i) \cdot y = 1-3i$ относительно действительных неизвестных.

10. Вычислить $i^{36}, i^{48}, i^{239}, -i^{10}, (-i)^{10}$.

11. Найти значение $f(x) = x^4 + \frac{2+i}{x} - (-3+2i)$, при $x = 1-2i$.

12. Выполнить указанные действия $\frac{(1+i)^8}{(1-i)^6}$.

13. Найти геометрическое место точек, изображающих комплексные числа z , для которых $|z-3i| < 1$.

14. Записать в тригонометрической форме следующие комплексные числа

$$z_1 = -1+i\sqrt{3}, z_2 = i, z_3 = 1-i.$$

15. Используя тригонометрическую форму комплексного числа, вычислить $\frac{(1-i\sqrt{3})(-\sqrt{3}+i)}{1+i}$.

16. Пользуясь формулой Муавра, вычислить $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i} \right)^{20}$.
17. Выразить $\cos 5x$ и $\sin 5x$ через $\cos x$ и $\sin x$.
18. Извлечь корень $\sqrt[3]{\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}}$.
19. Найти группу корней 4-ой степени из 1 и указать в ней все образующие элементы.

Перечень вопросов к зачету

1. Сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц и их свойства.
2. Понятие и свойства транспонированной матрицы.
3. Перестановки и подстановки, их четность.
4. Теорема об изменении четности перестановки при транспозиции.
5. Теорема о расположении перестановок.
6. Определение члена определителя и его знака.
7. Определение определителя n-го порядка и вывод правил вычисления определителей 2-го и 3-го порядков.
8. Теорема о свойствах определителя.
9. Лемма об определителе Δ_{11} .
10. Теорема об алгебраическом дополнении.
11. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).
12. Теоремы замещения и аннулирования.
13. Обратная матрица и признак ее существования.
14. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
15. Алгебраические операции и их свойства.
16. Доказательство равносильности двух определений группы, примеры групп.
17. Кольцо, свойства кольца. Кольцо квадратных матриц порядка n и его свойства.
18. Изоморфизм полей. Расширение полей.
19. Определение и признак поля комплексных чисел.
20. Операции над комплексными числами в алгебраической форме.
21. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел.
22. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
23. Теорема об извлечении корней n-степени из комплексного числа.
24. Теорема о способе получения корней n-степени из комплексного числа.
25. Группа корней n-степени из 1. Первообразные корни.
26. Первая и вторая формулы Муавра и их применение.
27. Теорема о поле упорядоченных пар действительных чисел.
28. Теорема о расширении поля $\mathbb{R}$.
29. Теорема о модели поля комплексных чисел через упорядоченные пары действительных чисел.
30. Построение модели поля $\mathbb{C}$ через матрицы 2-го порядка.

Программа составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению **050200.62 – физико-математическое образование.**

Программу составили:

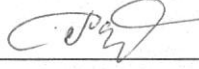
к.ф.-м.н., профессор кафедры математики,
теории и методики обучения математике  А.И. Купцов

к.ф.-м.н., доцент кафедры математики,
теории и методики обучения математике  Ю.А. Шайдо

Программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике, протокол № 1 от «31» августа 2016г.

Зав. кафедрой, профессор  Э.Г. Гельфман

Программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией ФМФ ТГПУ, протокол № от « » 20 г.

Председатель метод. комиссии
физико-математического факультета  Г.К. Разина